

## Report

**of for the dissertation work of a doctoral student of the Department of Theoretical and Nuclear Physics of al-Farabi KazNU Mansurova Aizhan on the topic " Gravitational field of neutron stars considering the quadrupole moment", submitted for the degree of Doctor of Philosophy (Ph.D.) in the specialty 6D060500-Nuclear Physics**

In her Ph.D. work, Aizhan investigated the interior Einstein's equations in the case of a static, axially symmetric, perfect fluid source. She presented a particular line element that is especially suitable for the investigation of this type of interior gravitational field. Assuming that the deviation from spherical symmetry is small, She could linearize the corresponding line element and field equations and find several classes of vacuum and perfect fluid solutions. Aizhan found some particular approximate solutions by imposing appropriate matching conditions.

To implement her work, Aizhan was given the following tasks:

- Calculation of field equations with quadrupole for compact objects
- Analyze of different types of equations state for white dwarf and neutron stars
- Analyze of matching conditions at the surface of compact stars
- Calculation of field equations with quadrupole in vacuum
- Calculation of field equations with equations of state for white dwarf and neutron stars

Aizhan worked very well on the tasks set and received significant scientific results, which are described in her thesis. Firstly, she considered the  $q$ -metric as describing the exterior gravitational field of a deformed source with mass and quadrupole moment. Second, she presented the exact field equations for a perfect fluid source and the corresponding conservation laws, which take a particularly simple form for the chosen line element. Then, she constructed the approximate interior and exterior line elements, in which the quadrupole moment is considered up to the first order only. She analyzed in detail the field equations for the exterior field and derive a 5-parametric approximate solution, which she interpreted as the most general vacuum solution with arbitrary mass and small quadrupole moment. Aizhan also considered the approximate field equations and matching conditions for a perfect fluid. She found the spherically symmetric metric with a vanishing quadrupole, which is used in the following sections as a background solution. Consequently, she had several particular interior solutions. First, she fixed some metric functions as constants and showed that there exist perfect fluid solutions with well-behaved pressure and density, but with discontinuities in the derivatives of the metric functions, which is usually considered as a nonphysical matching

behavior. Then, she postulated a particular radial function for the density and found numerical solutions, which satisfy the matching conditions for the metric functions and the energy conditions for the fluid. Finally, she considered a barotropic equation-of-state (EoS) and find well-behaved solutions. After, the physical significance of the solutions is investigated. In particular, she showed that some solutions are characterized by a physically meaningful behavior of pressure and density, which is essentially comparable with the behavior obtained from more sophisticated EoSs for white dwarfs and neutron stars. This shows that essentially the numerical solutions obtained in this work can be applied to describe the gravitational field of realistic compact objects.

In the framework of her Ph.D. thesis, Aizhan came up with the following scientific discovery:

- a class family of static exterior solutions of Einstein's field equations with quadrupole were found. The general approximate exterior solution with quadrupole moment is represented by a 5-parameter family of solutions. In this particular case, these solutions contained asymptotically flat solutions, and non-asymptotically flat solutions are also contained, it indicated that the solutions are more general. In addition, it is found the metric functions as the Newtonian limit of general relativity with quadrupole therefore, the solutions can be used to describe the exterior gravitational field of deformed mass distribution.

- it is for the first time found the new non-spherical solutions of Einstein's equations with quadrupole and non-constant density that the solution satisfies all physical conditions: inside the mass distribution, as well as the conditions for limiting values of the mass, radius of the compact object and positive energy; also, satisfy the matching conditions: smoothly matched with the exterior approximate metric at the surface of the deformed object. These results show that it is possible to find such solutions, implying that the approximate approach is compatible with the imposed physical conditions.

- an effective equation of states of pressure versus density for white dwarfs and neutron stars. It is shown that the effective equation of states can be approximated by a more realistic polytropic equation of states, therefore, it is expected that the method can be used to describe the interior gravitational field of white dwarfs and neutron stars with an effective polytropic equation of states.

The results obtained in the Ph.D. thesis of Aizhan can be considered as a first step toward the determination of an exact solution to Einstein's equations which describes correctly the gravitational field of a rotating deformed source. The important feature of the approach is that she considered explicitly the influence of the quadrupole on the structure of spacetime and the corresponding field equations. Here she only considered the simple and idealized case of static mass distribution with a small quadrupole and obtained compatible and physically reasonable results. To study more realistic configurations, it is necessary to take into account the

rotation and the exact quadrupole of the mass. I hope Aizhan will investigate these problems in her future works.

According to the materials of the dissertational work, 7 publications were published. Four works among these publications are articles, one of them has citations in Thomson Reuters (ISI Web of Knowledge, Thomson Reuters) and Scopus databases, three articles in scientific publications recommended by the Committee on the Control of Education and Science of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan, three reports at the local international conferences.

In my opinion, Mansurova Aizhan's thesis satisfies all the requirements for papers submitted for the degree of Doctor of Philosophy (Ph.D.). The student proved to be a qualified specialist in the field of Nuclear Physics. I recommend that the Academic Council accept Aizhan's Ph.D. thesis for public defense for the degree of Doctor of Philosophy (Ph.D.) in the field of Nuclear Physics.



Prof. Hernando Quevedo

Full Professor of Physics - National Autonomous University of Mexico  
(Mexico)E-mail: [quevedo@nucleares.unam.mx](mailto:quevedo@nucleares.unam.mx)

01.04.2023

### Пікір

Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ-дың теориялық және ядролық физика кафедрасының «6D060500-Ядролық физика» мамандығының докторанты Мансурова Айжанның «Квадрупольді моментті ескеретін нейтронды жұлдыздардың гравитациялық өрісі» тақырыбындағы Философия Ғылымдарының докторы (Ph. D.) дәрежесін қорғауға арналған есебі

Өзінің Ph.D. жұмысында Айжан статикалық, осьтік симметриялы, тамаша сұйықтық көзі жағдайында Эйнштейннің ішкі тендеулерін зерттеді. Ол ішкі гравитациялық өрістің осы түрін зерттеуге әсіресе қолайлы белгілі бір сызық элементін ұсынды. Сфералық симметриядан ауытқу аз деп есептей отырып, ол сәйкес сызық элементін және өріс тендеулерін сызықтық етіп, вакуумдық және тамаша сұйықтық ерітінділерінің бірнеше кластарын таба алды. Айжан сәйкестік шарттарын қою арқылы белгілі бір жуық шешімдер тапты.

Өз жұмысын жүзеге асыру үшін Айжанға келесі тапсырмалар берілді:

- ықшам объектілер үшін квадрупольді өріс тендеулерін есептеу
- ақ ергежейлі және нейтронды жұлдыздар үшін күй тендеулерінің әртүрлі типтерін талдау
- ықшам жұлдыздар бетіндегі сәйкестік жағдайларын талдау
- вакуумдағы квадрупольді өріс тендеулерін есептеу
- ақ ергежейлі және нейтронды жұлдыздардың күй тендеулері бар өріс тендеулерін есептеу.

Айжан қойылған міндеттерді өте жақсы орындап, дипломдық жұмысында сипатталған маңызды ғылыми нәтижелерге қол жеткізді. Біріншіден, ол  $q$ -метриканы массасы және квадрупольді моменті бар деформацияланған көздің сыртқы гравитациялық өрісін сипаттайды деп қарастырды. Екіншіден, ол мінсіз сұйықтық көзі үшін өріс тендеулерін және тандалған сызық элементі үшін өте қарапайым пішінді қабылдайтын сәйкес сақталу заңдарын ұсынды. Содан кейін ол квадрупольді момент тек бірінші ретке дейін қарастырылатын шамаланған ішкі және сыртқы сызық элементтерін тұрғызды. Ол сыртқы өріс үшін өріс тендеулерін егжей-тегжейлі талдап, 5 параметрлі жуық шешімді шығарды, бұл ерікті массасы мен шағын квадрупольді моменті бар ең жалпы вакуумдық шешім ретінде түсіндірілді. Айжан мінсіз сұйықтық үшін шамаланған өріс тендеулері мен сәйкестік шарттарын да қарастырды. Ол келесі бөлімдерде шешім ретінде пайдаланылатын жоғалып кететін квадрупольді сфералық симметриялы метриканы тапты. Соның нәтижесінде, ол бірнеше ерекше ішкі шешімдерін

тапты. Біріншіден, ол кейбір метрикалық функцияларды тұрақтылар ретінде бекітті және жақсы жұмыс істейтін қысымы мен тығыздығы бар, бірақ әдетте физикалық емес сәйкестік әрекеті ретінде қарастырылатын метрикалық функциялардың туындыларында үзілістері бар тамаша сұйықтық шешімдерінің бар екенін көрсетті. Содан кейін ол тығыздық үшін белгілі бір радиалды функцияны тұжырымдап, метрикалық функциялардың сәйкестік шарттарын және сұйықтықтың энергетикалық шарттарын қанағаттандыратын сандық шешімдерді тапты. Соңында ол баротропты күй теңдеуін (EoS) қарастырып, дұрыс шешімдерді тапты. Содан кейін ерітінділердің физикалық маңыздылығы зерттелді. Атап айтқанда, ол ақ ергежейлі және нейтрондық жұлдыздар үшін алынған неғұрлым күрделі күй теңдеулерімен салыстырылатын EoS кейбір шешімдер қысым мен тығыздықтың физикалық мағыналы мінез-құлқымен сипатталатынын көрсетті. Бұл осы жұмыста алынған сандық шешімдерді нақты ықшам объектілердің гравитациялық өрісін сипаттау үшін қолдануға болатындығын көрсетеді.

Айжан Ph.D диссертациясының аясында келесі ғылыми жаңалықтарды ашты:

- Эйнштейннің квадрупольді өріс теңдеулерінің статикалық сыртқы шешімдерінің класстық тобы табылды. Квадрупольді моменті бар жалпы шамаланған сыртқы шешім 5 параметрлі шешімдер тобымен ұсынылған. Бұл нақты жағдайда бұл шешімдерде асимптотикалық жалпақ шешімдерді қарастырды, ал асимптотикалық емес шешімдер жалпы шешімдер ретінде көрсетілді. Сонымен қатар, квадрупольді жалпы салыстырмалықтың Ньютондық шегі ретінде метрикалық функциялар табылғандықтан шешімдер деформацияланған массаның таралуының сыртқы гравитациялық өрісін сипаттау үшін пайдаланылуы мүмкін.

- бірінші рет квадрупольді және тұрақты емес тығыздығы бар Эйнштейн теңдеулерінің жаңа сфералық емес шешімдері табылды, бұл шешім барлық физикалық шарттарды қанағаттандырады: массаның таралуының ішінде, сонымен қатар массаның, ықшам нысанның радиусының және оң энергияның шекті мәндерінің шарттарын; сондай-ақ сәйкестік шарттарын: деформацияланған нысанның бетіндегі сыртқы жуық метрикамен біркелкі сәйкестендіруді қанағаттандырады. Бұл нәтижелер болжамды тәсіл жүктелген физикалық шарттарға сәйкес келетіндіктен мұндай шешімдерді табуға болатынын көрсетеді.

- ақ ергежейлілер мен нейтрондық жұлдыздар үшін қысым мен тығыздық күйлерінің тиімді теңдеуі. Күйлердің тиімді теңдеуін неғұрлым шынайы политроптық күй теңдеулері арқылы жуықтатуға болатыны көрсетілгендіктен бұл әдісті тиімді политроптық теңдеуі бар ақ ергежейлі және нейтрондық жұлдыздардың ішкі гравитациялық өрісін сипаттау үшін қолдануға болады деп күтілуде.

Айжанның Ph.D тезисінде алынған нәтижелер айналмалы деформацияланған көздің гравитациялық өрісін дұрыс сипаттайтын Эйнштейн теңдеулерінің дәл шешімін анықтауға жасалған алғашқы кадам деп санауға болады. Тәсілдің маңызды ерекшелігі - ол квадрупольдің кеңістік уақыт құрылымына және сәйкес өріс теңдеулеріне әсерін нақты қарастырды. Мұнда ол тек шағын квадрупольді статикалық массаның таралуының қарапайым және идеалдандырылған жағдайын қарастырып, үйлесімді және физикалық тұрғыдан негізделген нәтижелерге қол жеткізді. Нақтырақ конфигурацияларды зерттеу үшін массаның айналуын және дәл квадрупольін ескеру қажет. Айжан алдағы жұмыстарында осы мәселелерді зерттейді деп сенемін.

Диссертациялық жұмыстың материалдары бойынша 7 басылым жарық көрді. Бұл басылымдардың төртеуі мақалалар, олардың біреуінің Thomson Reuters (ISI Web of Knowledge, Thomson Reuters) және Scopus деректер базасында сілтемелері бар, үш мақала Білім және ғылым министрлігінің Білім және Ғылымды бақылау комитеті ұсынған ғылыми басылымдарда жарық көрсе, үш баяндама жергілікті халықаралық конференцияларда баяндалды.

Менің ойымша, Мансурова Айжанның диссертациясы философия докторы (Ph.D.) дәрежесін алу үшін ұсынылатын жұмыстарға қойылатын барлық талаптарды қанағаттандырады. Студент өзін ядролық физика саласында білікті маман ретінде көрсете білді. Ғылыми кеңеске Айжанның Ядролық физика саласындағы философия докторы (Ph.D.) дәрежесін алу үшін қоғамдық қорғауға арналған диссертациясын қабылдауды ұсынамын.

*/қолы/*

Профессор Эрнандо Кеведо

Физиканың толық профессоры - Мексиканың Ұлттық автономды университеті (Mexico)

E-mail: quevedo@nucleares.unam.mx

Екі мың жиырма үшінші жылдың мамыр айының он сегізі.  
Құжатты ағылшын тілінен қазақ тіліне аудармашы Айтенова Мөлдір Бауыржанқызы  
аударды, Қазақстан Республикасының Ішкі істер министрлігімен 14.05.2014 жылы берілген  
жеке куәлік № 036405031, ЖСН 910308403625, 29.06.2012 жылғы жоғары білім туралы  
диплом ЖБ-Б № 0418758.

Қолы / Подпись: Мөлдір Айтенова Мөлдір Бауыржанқызы

Алматы қаласы, Қазақстан Республикасы.

Екі мың жиырма үшінші жылдың мамыр айының он сегізі.  
Мен, Жамалбекова Рахат Дауренбековна, Қазақстан Республикасының Әділет  
министрлігімен 2015 жылдың 18 тамызында берілген № 15015220 лицензиясы негізінде  
әрекет етуші Алматы қаласының нотариусы, аудармашы Айтенова Мөлдір Бауыржанқызы  
қойған қолтаңбаның дұрыстығын куәландырамын, құжатқа қол қоюшының тұлғалылығы  
анықталды, әрекет қабілеттілігі мен өкілеттігі тексерілді.

Тізілімде тіркелген №1467

Қазақстан Республикасының "Нотариат туралы" Заңының 30-1-бабына сәйкес өндірілді

НОТАРИАТ



Номерімен және оқушының атымен	Мөлдір Бауыржанқызы
Пронумеровано и процифровано	1
Номерімен және оқушының атымен	Мөлдір Бауыржанқызы
Пронумеровано и процифровано	1
Номерімен және оқушының атымен	Мөлдір Бауыржанқызы
Пронумеровано и процифровано	1



ET6005364230518123035A659229

Нотариаттық іс әрекеттің бірегей нөмірі / Уникальный номер нотариального действия